ECO1300

Analyse microéconomique

ESG UQÀM

Thèmes 10

La théorie des jeux

ESG UQÀM

Plan du thème

1. **La théorie des jeux**
2. Jeux simultanés
3. Équilibre de Nash
4. Les jeux à somme nulle
5. Jeux séquentiels

La théorie des jeux

- La théorie des jeux est l'étude des interactions stratégiques;
- Les interactions stratégiques réfèrent à des situations où le bénéfice d'un agent dépend non seulement de ses propres actions mais aussi des actions d'autrui;
- La théorie des jeux est une branche des mathématiques qui trouve des applications en économie, en science politique, en sociologie, etc.

Exemple: en économie, jeux de concurrence, marchandage, jeu de stratégie politique.

- Pour bien saisir la nature des interactions stratégiques, il faut se placer dans la peau de l'autre agent.

Qu’est-ce qu’un jeu ?

EQUILIBRES ; SOL. AU JEU
∟ ASS. STRAT. ∀ JOUEUR

- Formellement, un jeu comporte 3 éléments :
  - *Les joueurs* (au moins 2);
  - *Les stratégies* (plans d’actions);
  - *Les gains* (ou les bénéfices); ils peuvent être positifs ou négatifs.
- Les joueurs sont des agents (individus, firmes, etc.);
- Une stratégie est un plan d’action qu’adopte un joueur pour maximiser ses gains; elle est établie en fonction des hypothèses sur la conduite adoptée par les autres joueurs
- Les gains pour chaque joueur dépendent de ses propres actions et de celles des autres joueurs.

Plan du thème

1. La théorie des jeux
2. **Jeux simultanés**
3. Équilibre de Nash
4. Les jeux à somme nulle
5. Jeux séquentiels

Jeux simultanés

- Un jeu simultané a comme caractéristique que les joueurs choisissent leurs actions simultanément (en même temps)
- Pour les jeux simples (peu de joueurs et peu d'actions), on peut représenter les gains de chaque joueur en fonction des actions de tous les joueurs dans une matrice des gains
- Un des jeux simultanés les plus célèbres est le dilemme du prisonnier.

Dilemme du prisonnier

ENCADRÉ 13.1 **La matrice des gains du dilemme du prisonnier**

		Joueur colonnes : Joe	
		ØCOOP. Avouer	COOP Nier
Joueur rangées : vous	ØCOOP Avouer	• Vous faites 5 ans de prison. • Joe fait 5 ans de prison.	• Vous êtes libéré. • Joe fait 10 ans de prison.
	COOP Nier	• Vous faites 10 ans de prison. • Joe est libéré.	• Vous faites 2 ans de prison. • Joe fait 2 ans de prison.

E.S.D : (VOUS : AVOUER ; JOE : AVOUER)
ET E.N.

La meilleure réponse : SOULIGNÉE DANS LES JEUX

- La première étape consiste à se mettre dans la peau de l’autre joueur pour chacune de nos actions potentielles.

- Pour chacune de nos actions potentielles, on peut trouver l’action qui donne le plus haut gain à l’autre joueur : c’est sa meilleure réponse.

- La meilleure réponse d’un joueur est la stratégie optimale (celle qui maximise ses gains) pour lui, compte tenu de la stratégie de l’autre joueur.

La meilleure réponse

- **Quelles sont les meilleures réponses de Joe dans le dilemme du prisonnier ?**
  - Si vous avouez, la meilleure réponse de Joe consiste à avouer.
  - Si vous niez, la meilleure réponse de Joe consiste à avouer.

- **Quelles sont vos meilleures réponses ?**
  - Si Joe avoue, votre meilleure réponse consiste à avouer.
  - Si Joe nie, votre meilleure réponse consiste à avouer.

Stratégie dominante

- Une stratégie dominante est la meilleure réponse d'un joueur à toutes les stratégies possibles des autres joueurs.

  Pour Joe comme pour vous, avouer est une stratégie dominante.

- Lorsque *tous* les joueurs ont une stratégie dominante, le jeu aura un équilibre en stratégie dominante;

- L'équilibre du dilemme du prisonnier est un équilibre en stratégie dominante

….mais il ne maximise pas toujours la somme des gains des joueurs.

Dans ce jeu, si Joe et vous vous étiez entendus pour coopérer (et nier), vous auriez obtenu un plus grand bénéfice (seulement 2 ans de prison chacun).

Un (autre) exemple de jeux en stratégie dominante

- **La tragédie des biens communs:**

Les biens communs sont des biens dont la consommation est rivale, mais non-exclusive. Leur gestion mène donc souvent à de la surexploitation

- Cela peut également s'observer au moyen d'un jeu :
  - 2 entreprises (1 et 2);
  - 2 actions (polluer ou ne pas polluer);
  - Matrice des gains (page suivante).
- Dans ce jeu, deux entreprises à proximité d'une rivière choisissent leur type de production (polluante ou non)

Jeux de tragédie des biens communs

ENCADRÉ 13.8 **La matrice des gains des deux entreprises**

		Entreprise 2	
		Polluer	Ne pas polluer
Entreprise 1	Polluer	• L'entreprise 1 gagne 5 000 \$. • L'entreprise 2 gagne 5 000 \$.	• L'entreprise 1 gagne 9 000 \$. • L'entreprise 2 gagne 500 \$.
	Ne pas polluer	• L'entreprise 1 gagne 500 \$. • L'entreprise 2 gagne 9 000 \$.	• L'entreprise 1 gagne 7 000 \$. • L'entreprise 2 gagne 7 000 \$.

E.S.D. : (1 ; POLLUER ; 2 : POLLUER)

Jeux de tragédie des biens communs

- Quelque soit la stratégie de l'entreprise 1, la meilleure réponse de l'entreprise 2 est polluer.
- Quelque soit la stratégie de l'entreprise 2, la meilleure réponse de l'entreprise 1 est polluer.

$\Rightarrow$ Equilibre en stratégie dominante car chaque joueur a une stratégie dominante.

- L'équilibre est tel que l'entreprise 1 choisit de polluer et l'entreprise 2 choisit de polluer.
- Les gains sont 5000$ pour l'entreprise 1 et 5000$ pour l'entreprise 2.

Plan du thème

1. La théorie des jeux
2. Jeux simultanés
3. **Équilibre de Nash**
4. Les jeux à somme nulle
5. Jeux séquentiels

Jeux sans stratégie dominante

- **Supposons un marché de 200 consommateurs,**
  - **2 joueurs:** deux fournisseurs de service internet, A et B
  - **2 stratégies:** pratiquer des prix hauts $\overline{P}=10$ ou pratiquer des prix bas $\underline{P}=5$.
  - **4 cas de gains possibles** :

- Si les deux entreprises pratiquent $\overline{P}$, elles se partagent le marché également et obtiennent chacune $100\times10=1000\$$
- Si les deux entreprises pratiquent $\underline{P}$, elles se partagent le marché également et obtiennent chacune $100\times5=500\$$
- Si l'une pratique $\overline{P}$ et l'autre $\underline{P}$, celle qui a les prix élevés vend à 40 consommateurs et reçoit $40\times10= 400\$$ et celle qui a les prix bas vend à 160 consommateurs et reçoit $160\times5= 800\$$.

Jeux sans stratégie dominante

- On a représenté la matrice des gains à droite
- Ce jeu n'a pas de stratégie dominante.
- Ces jeux peuvent tout de même avoir un (des) équilibre(s).

		B	
A		$\bar{P}$	$\underline{P}$
	$\bar{P}$	1000 1000	400 800
	$\underline{P}$	800 400	500 500

E.N. $\rightarrow$ $(A : \bar{P} \,;\, B : \bar{P})$

$\emptyset$ E.S.D. $\rightarrow$ $(A : \underline{P} \,;\, B : \underline{P})$

L'équilibre de Nash

- L'équilibre de Nash d'un jeu est une situation où la stratégie choisie par chaque joueur est la meilleure réponse aux stratégies choisies par les autres joueurs

- Dans un équilibre de Nash, aucun joueur ne peut améliorer ses gains en changeant unilatéralement (seul) de stratégie
- Un équilibre en stratégie dominante est un équilibre de Nash, mais tous les équilibres de Nash ne sont pas des équilibres en stratégie dominante.

Trouvons les équilibres de Nash dans notre exemple de politique de prix

		B	
		$\overline{P}$	$\underline{P}$
A	$\overline{P}$	1000 1000	400 800
	$\underline{P}$	800 400	500 500

Trouvons les équilibres de Nash : politique de prix

- **Si la firme B fixe son prix à** $\overline{P}$ **(colonne de gauche)**, la firme A aura intérêt à fixer son prix à $\overline{P}$**,** car son gain dans ce cas est égal à 1000>800 (si elle fixait plutôt le prix $\underline{P}$).
  - *case en haut à gauche.*

  La firme B n'aura pas intérêt à dévier (et fixer son prix à $\underline{P}$), car son gain dans ce cas est 1000>800.

- **Si la firme B fixe son prix à** $\underline{P}$ **(colonne de droite)**, la firme A aura intérêt à fixer $\underline{P}$**,** car son gain dans ce cas est 500 >400 (si elle fixe plutôt le prix $\overline{P}$).
  - *case en bas à droite.*

  La firme B n'aura pas intérêt à dévier (et fixer $\overline{P}$), car son gain est 500>400

Trouvons les équilibres de Nash : politique de prix

- **Les flèches de A et de B pointent vers les cases Haut-Gauche et Bas-droite.**

- **Deux équilibres de Nash possibles**:
  - Les deux firmes pratiquent des prix élevés.
  - Les deux firmes pratiquent des prix faibles.

- Aucun des joueurs n'a intérêt à dévier de l'un ou l'autre équilibre.

Plan du thème

1. La théorie des jeux
2. Jeux simultanés
3. Équilibre de Nash
4. **Les jeux à somme nulle**
5. Jeux séquentiels

Les jeux à somme nulle

- Un jeu est à somme nulle si un gain pour un joueur constitue une perte pour un autre.
- Dans ce cas, la somme des gains des joueurs pour une combinaison d'actions donnée est nulle.
- La plupart des sports peuvent être analysés comme des jeux à somme nulle (je gagne donc tu perds, tu gagnes donc je perds).

  Exemple: poker, football

Jeux à somme nulle, exemple: les tirs de pénalité

- Il n'y a pas d'équilibre à ce jeu

ENCADRÉ 13.9 Un jeu à somme nulle : les tirs de pénalité

		Gardien de but	
		Plonge vers la gauche	Plonge vers la droite
Tireur	Frappe le ballon à gauche	• Le tireur rate son tir (–1). • Le gardien bloque le ballon (+1).	• Le tireur marque un but (+1). • Le gardien rate le ballon (–1).
	Frappe le ballon à droite	• Le tireur marque un but (+1). • Le gardien rate le ballon (–1).	• Le tireur rate son tir (–1). • Le gardien bloque le ballon (+1).

∅ E. STRAT. PURE

La théorie des jeux confrontée à la réalité

- Difficultés dans l'application de la théorie des jeux :
  - Difficulté à évaluer les véritables gains des joueurs (cela va dépendre des attitudes, des sentiments, montants engagés);
  - Les joueurs n'ont pas tous la même compréhension du jeu (ex. un tireur expérimenté peut attendre que le gardien recrue se compromette avant de tirer de l'autre côté).

La théorie des jeux confrontée à la réalité

- En revanche, la répétition du jeu aide les joueurs à mieux le comprendre, de telle sorte que l'on pourrait aboutir à une solution de coopération.

  Exemple: dans le dilemme du prisonnier, on pourrait alors obtenir comme équilibre (nier ; nier)

Plan du thème

1. La théorie des jeux
2. Jeux simultanés
3. Équilibre de Nash
4. Les jeux à somme nulle
5. **Jeux séquentiels**

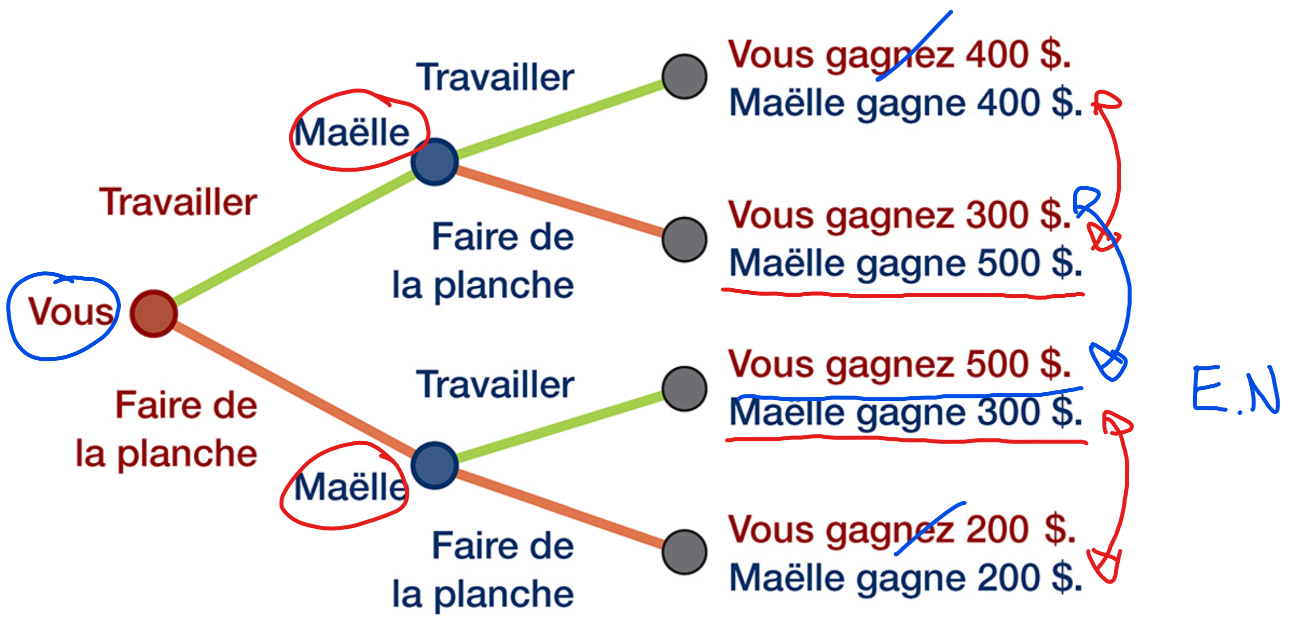
Les jeux séquentiels

- Un jeu séquentiel est un jeu qui spécifie l'ordre dans lequel les joueurs choisissent leurs actions
- Les joueurs prennent une décision les uns après les autres (de manière séquentielle)
- Un jeu séquentiel permet d'incorporer la notion de temps
- La représentation graphique d'un jeu séquentiel peut se faire au moyen d'un arbre de jeu
- Les arbres de jeu comportent :
  - *Des nœuds* : des moments où un joueur prend une décision;
  - *Des branches* : les actions possibles qu'un joueur peut prendre à un nœud et les gains associés à ces actions.
  - FEUILLES : GAINS COND.

Un exemple d'arbre de jeu

- Séquence du jeu : vous décidez en premier et Maëlle en second

ENCADRÉ 13.10 **L'arbre du jeu « travailler ou faire de la planche à neige »**



L’induction à rebours

- Pour trouver l’équilibre d’un jeu séquentiel, on procède par l’induction à rebours;
- L’induction à rebours consiste à commencer par les derniers nœuds du jeu pour déterminer quelles actions maximisent les gains du joueur qui les décide;
- Ces actions sont ensuite prises comme étant données pour trouver les meilleures actions du joueur à l’avant dernier nœud;
- On répète le processus jusqu’à ce qu’on soit remonté au premier nœud.

Pratiquons l’induction à rebours

- **Décision de Maëlle**:
  - *Si vous travaillez*, elle choisit de faire de la planche, car elle gagne 500$ dans ce cas (>400$ si elle travaille).
  - *Si vous faites de la planche*, elle choisit de travailler car elle gagne 300$ dans ce cas (> 200$ si elle fait de la planche)
- **Votre décision:** sachant ce que ferait Maëlle si vous travaillez ou si vous faites de la planche, vous choisirez l’action qui vous procurera le plus grand gain:
  - Si vous travaillez, Maëlle fait de la planche et vous gagnez 300$
  - Si vous faites de la planche, Maëlle travaille et vous gagnez 500$

➡ Vous choisissez donc de faire de la planche pendant que Maëlle travaille!

Quelques éléments concernant les jeux séquentiels

- Lorsque le premier joueur d'un jeu séquentiel tire un bénéfice de sa position de premier joueur, on dit qu'il y a avantage au premier joueur;

➔ *Ici, vous avez l'avantage*

- Un joueur peut tenter d'influencer l'action d'un autre en le menaçant de jouer lui-même une action lui étant défavorable;
- En revanche, cette menace doit être crédible.
- Une menace n'est pas crédible si elle diminue les gains de la personne qui menace;

Exemple de menace non crédible: Maëlle dit qu'elle ira faire de planche si vous faites de la planche. Elle gagnerait alors moins qu'en allant travailler.

Engagement crédible

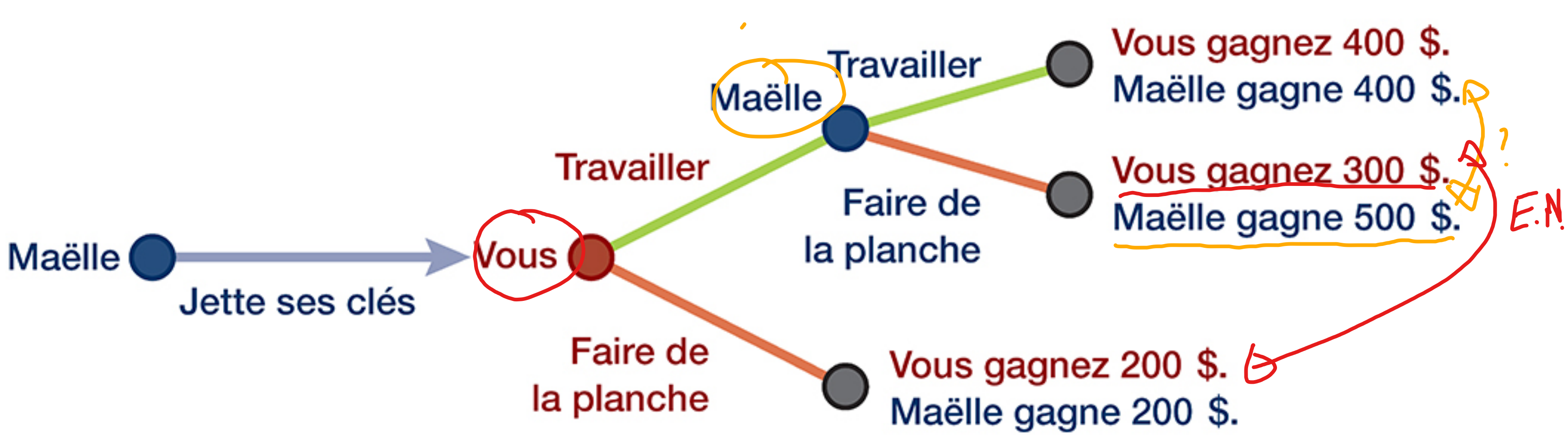
- Pour rendre crédible une menace, on peut en faire un engagement au moyen d’un élément externe au jeu.
- Il y a engagement lorsqu’un joueur choisit une action et reste fidèle à ce choix, même si cela risque de lui coûter cher par la suite.
- *Exemple:* Maëlle va jeter la clé dans la rivière. Elle ne peut rentrer dans la boutique à moins que vous y soyez déjà. Elle prend l’engagement de ne pas aller travailler si vous n’ allez pas non plus.

➔ *Elle « détruit » la dernière branche de l’arbre de décision*

➔ *L’équilibre lui devient plus favorable*: vous choisissez d’aller travailler pendant qu’elle fait de la planche.

Exemple de jeu avec engagement

ENCADRÉ 13.12 **Un jeu séquentiel avec un engagement crédible**



Résumé

- La théorie des jeux permet d’analyser les situations où les gains des agents sont interdépendants;
- Les jeux considérés peuvent être simultanés ou séquentiels;
- La meilleure réponse est l’action optimale d’un joueur face à une action potentielle des autres;
- L’équilibre de Nash est une combinaison de stratégies qui sont mutuellement les meilleures réponses aux stratégies des autres joueurs;
- L’équilibre de Nash permet de comprendre plusieurs comportements économiques.

➔ *particulièrement utile dans le prochain chapitre quand nous étudierons l’oligopole.*