

THÈME 6

Le risque et l'analyse coûts-avantages

PLAN

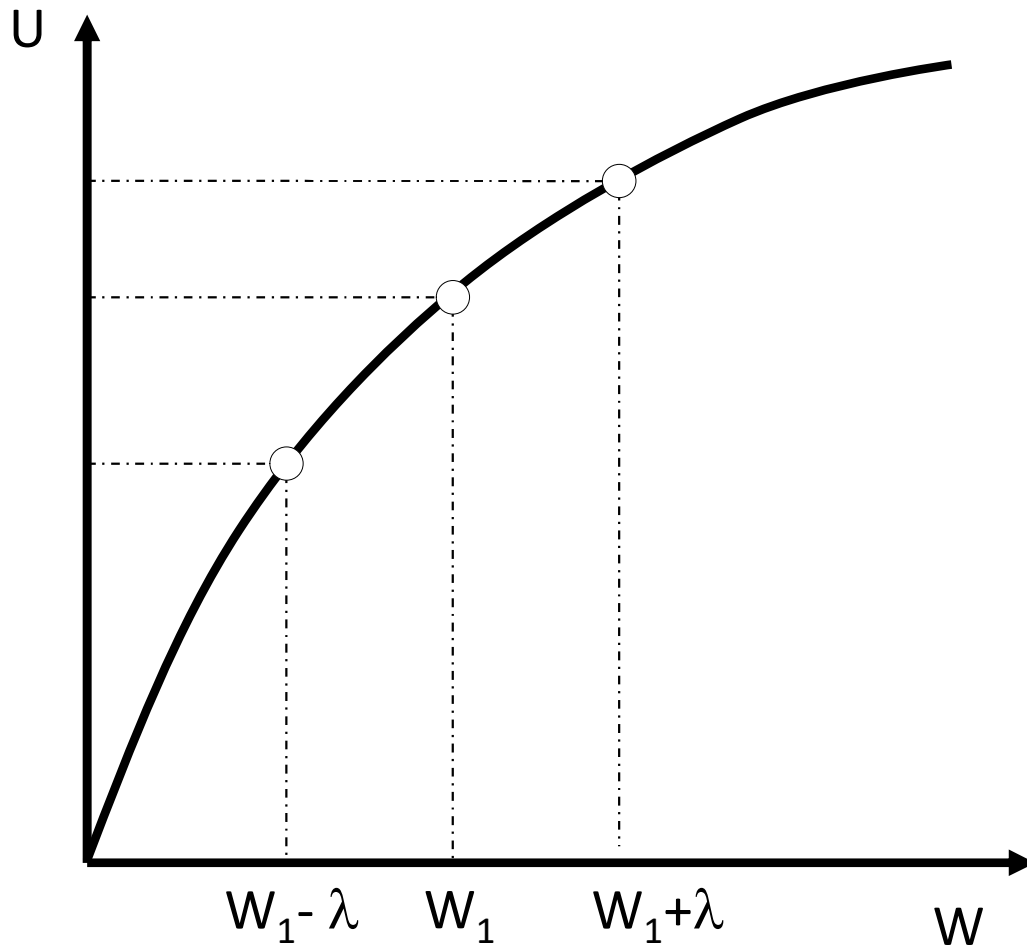
- I. Le risque
- II. L'analyse coûts-avantages : application

I. Le risque

Le risque

- Tout événement futur est incertain, différents états du monde sont toujours possibles et chacun est soumis à une probabilité d'occurrence.
- Tout projet d'investissement comporte des risques qui lui sont inhérents. Parmi ces risques, notons les risques
 - techniques
 - et organisationnels.

L'aversion au risque



La fonction d'utilité met en relation la richesse d'un agent (W) et le bien-être qui lui est associé (U).

On a : $U(W)$ avec $U'(W) > 0$ et $U''(W) < 0$.

Une augmentation de la richesse entraîne toujours une augmentation du bien-être, mais l'utilité marginale de la cons. supplémentaire décroît progressivement.

L'aversion au risque est causée par le fait que le bien-être de l'agent est davantage affecté par une baisse que par hausse équivalente de sa richesse.

L'aversion au risque

- Entre deux actifs offrant le même rendement espéré, le moins risqué sera préféré.
- Entre deux projets d'investissement soumis au risque et offrant la même bénéfice espéré, le moins risqué sera préféré.

Le bénéfice espéré

- Soit N états du monde possibles pour un projet σ noté σ_n pour $n = 1, \dots, N$ survenant avec les probabilités α_n avec :

$$0 \leq \alpha_n \leq 1 \quad \forall n$$

et

$$\sum_n \alpha_n = 1 .$$

On a :

$$E(\sigma) = \alpha_1 \sigma_1 + \alpha_2 \sigma_2 \dots + \alpha_n \sigma_n$$

- Si $E(\sigma) > 0$, on devrait aller de l'avant.

Si on a les projets Φ et σ et que $E(\Phi) > E(\sigma)$, on devrait retenir le projet Φ (pour autant que le risque est équivalent ou que l'agent est neutre au risque).

Le bénéfice espéré (ex.)

Les projets	Les états du monde possibles	Les gains conditionnels	Les probabilités d'occurrence
Projet σ	σ_1 (succès complet)	200	0,5
	σ_2 (succès mitigé)	140	0,5
Projet Φ	Φ_1 (succès complet)	180	0,4
	Φ_2 (succès mitigé)	160	0,6

$$E(\sigma) = \alpha_1 \sigma_1 + \alpha_2 \sigma_2 = 200 * 0,5 + 140 * 0,5 = 170$$

$$E(\Phi) = \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2 = 180 * 0,4 + 160 * 0,6 = 168$$

Un investisseur neutre au risque retiendrait le projet σ .

L'évaluation du risque : l'approche statistique

- Afin de tenir compte du risque, il faut tenir compte de l'écart entre l'espérance et les différents bénéfices espérés associés aux états du monde possibles.
- Ces mesures de dispersion sont :
 - la variance
$$\text{Var}(\sigma) = \sum_n (\sigma_n - E(\sigma))^2 * \alpha_n$$
 - L'écart-type
$$(\text{Var}(\sigma))^{1/2}$$
 - et le coefficient de dispersion
$$(\text{Var}(\sigma))^{1/2} / E(\sigma)$$
- Pour $E(\Phi) = E(\sigma)$, le projet avec le plus petit coefficient de dispersion sera retenu.

Calcul du coefficient de dispersion (ex.)

$$\begin{aligned}\text{Var}(\sigma) &= \sum_n (\sigma_n - E(\sigma))^2 * \alpha_n \\ &= (200 - 170)^2 * 0,5 + (140 - 170)^2 * 0,5 \\ &= 900\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(\Phi) &= \sum_n (\Phi_n - E(\Phi))^2 * \alpha_n \\ &= (180 - 168)^2 * 0,4 + (160 - 168)^2 * 0,6 \\ &= 96\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coef. disp.}(\sigma) &= 900^{1/2} / 170 \\ &= 17,65\%\end{aligned}$$

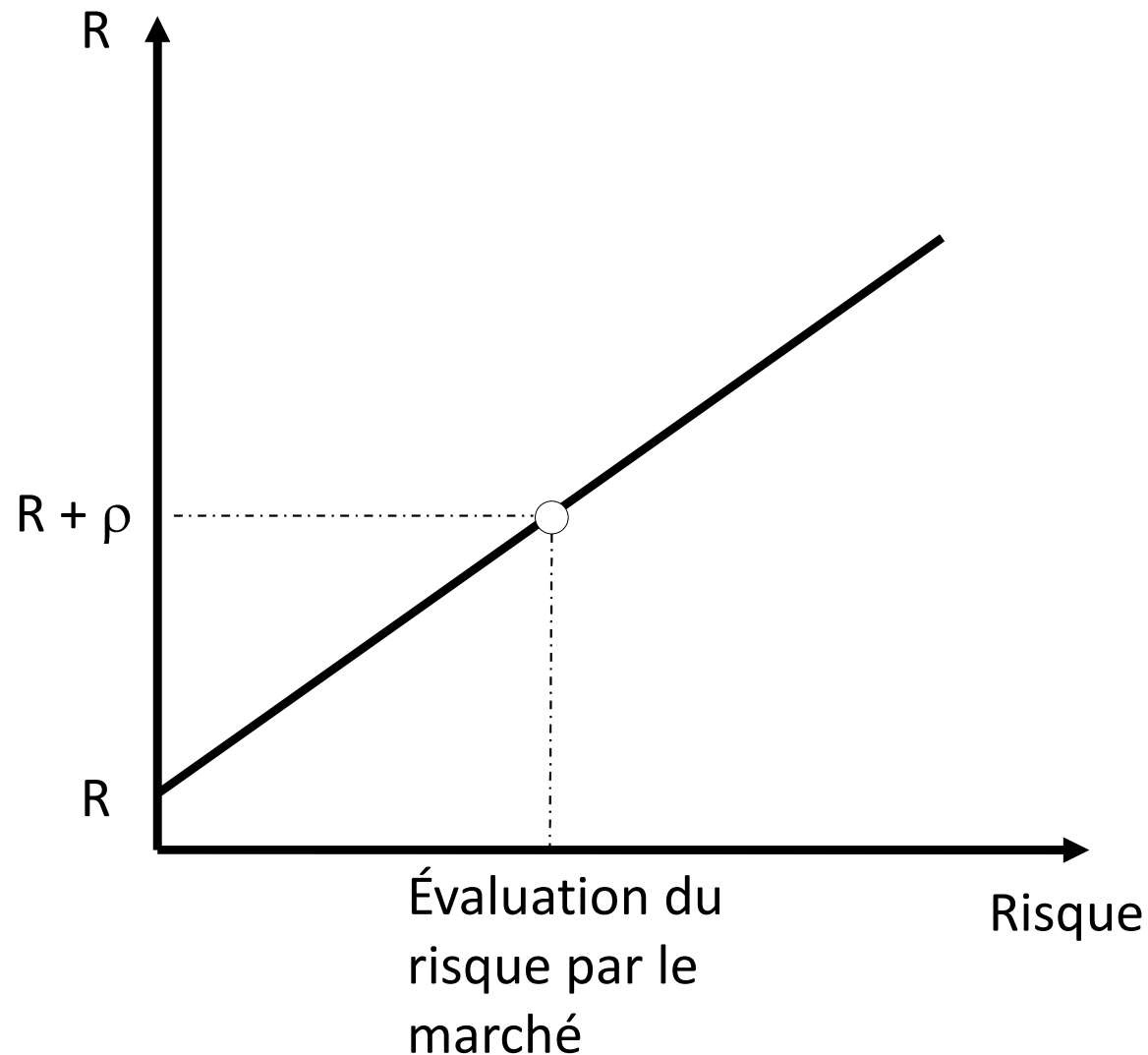
$$\begin{aligned}\text{Coef. disp.}(\Phi) &= 96^{1/2} / 168 \\ &= 5,83\%\end{aligned}$$

Le projet σ , bien qu'il offre une espérance de gains légèrement plus élevée que le projet Φ , est beaucoup plus risqué.

L'évaluation du risque : l'approche financière

- Il suffit de considérer la prime de risque (ρ) dans le calcul de la VAN
- ρ est l'écart entre le rendement d'un actif et celui d'un actif sans risque exigé pour compenser le risque inhérent à l'actif
- On note :
$$VAN = \sum_t (BN_t / (1 + R + \rho)^t) + VR / (1 + R)^t - I$$
- $\rho > 0$ implique une diminution de la VAN

L'évaluation du risque : l'approche financière

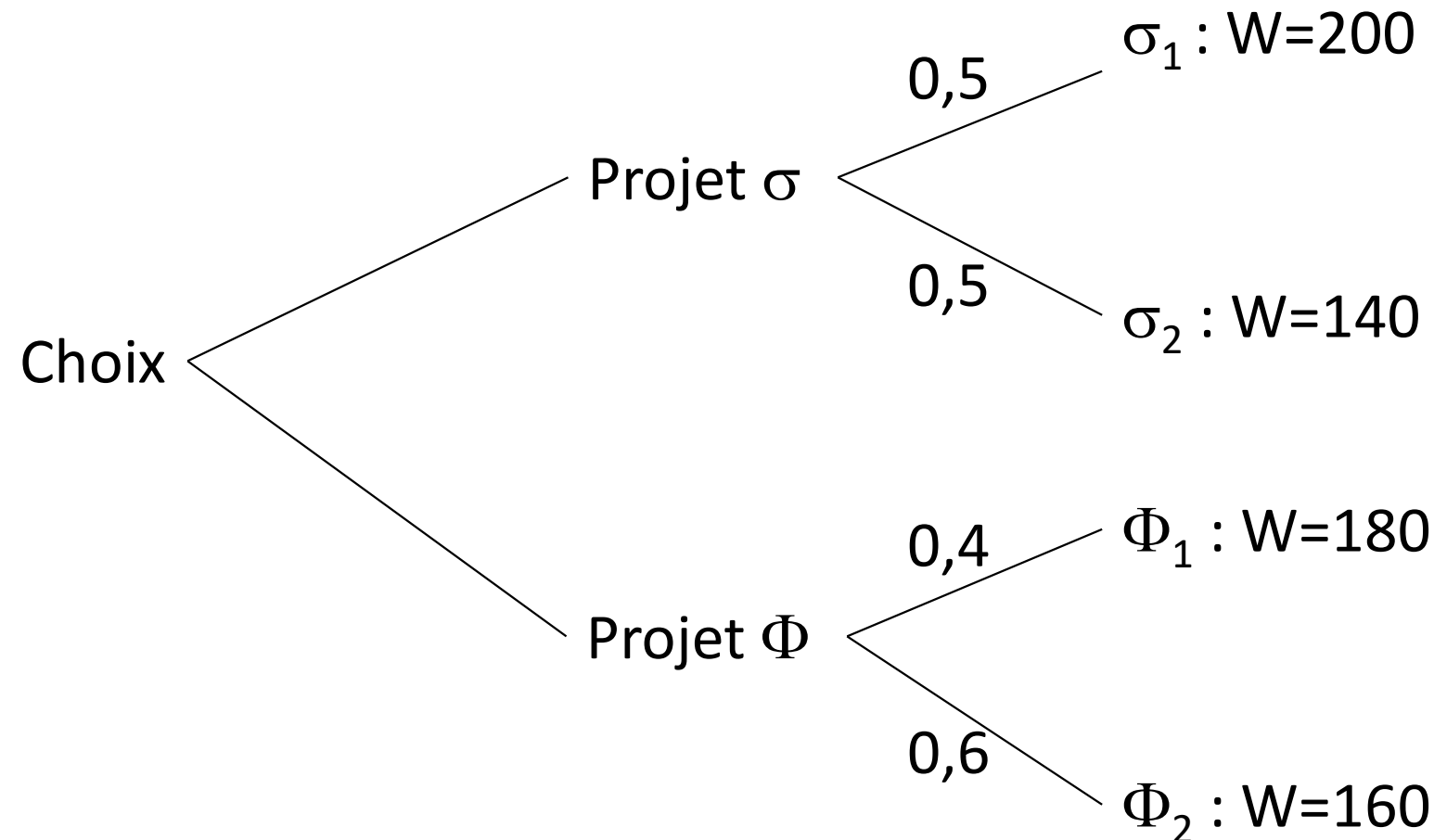


L'évaluation du risque : l'approche probabiliste structurée

- Il s'agit de schématiser les résultats associés à différents choix et états du monde à l'intérieur d'un arbre de décision où :
 - les branches représentent les choix et les états du monde possibles;
 - les nœuds indiquent les gains ou les utilités espérés(es);
 - Les feuilles représentent les résultats financiers associés à chaque branche.

Arbre de décision et bénéfices espérés (ex.)

$$E(\sigma) = 200 * 0,5 + 140 * 0,5 = 170$$

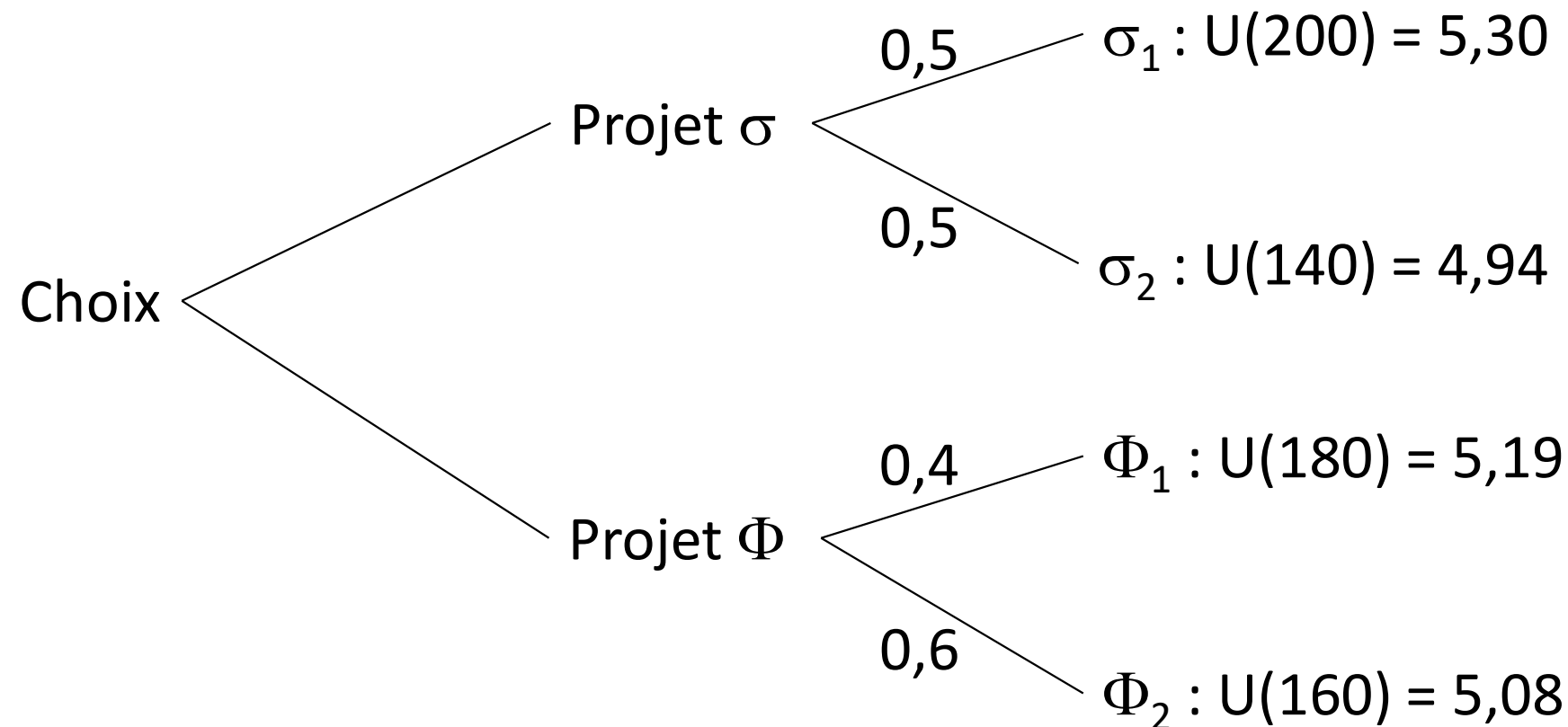


$$E(\Phi) = 180 * 0,4 + 160 * 0,6 = 168$$

Arbre de décision et utilités espérées (ex.)

$$EU(\sigma) = 5,30 * 0,5 + 4,94 * 0,5 = 5,12$$

Soit $U(W) = \ln W$



$$EU(\Phi) = 5,19 * 0,4 + 5,08 * 0,6 = 5,124$$